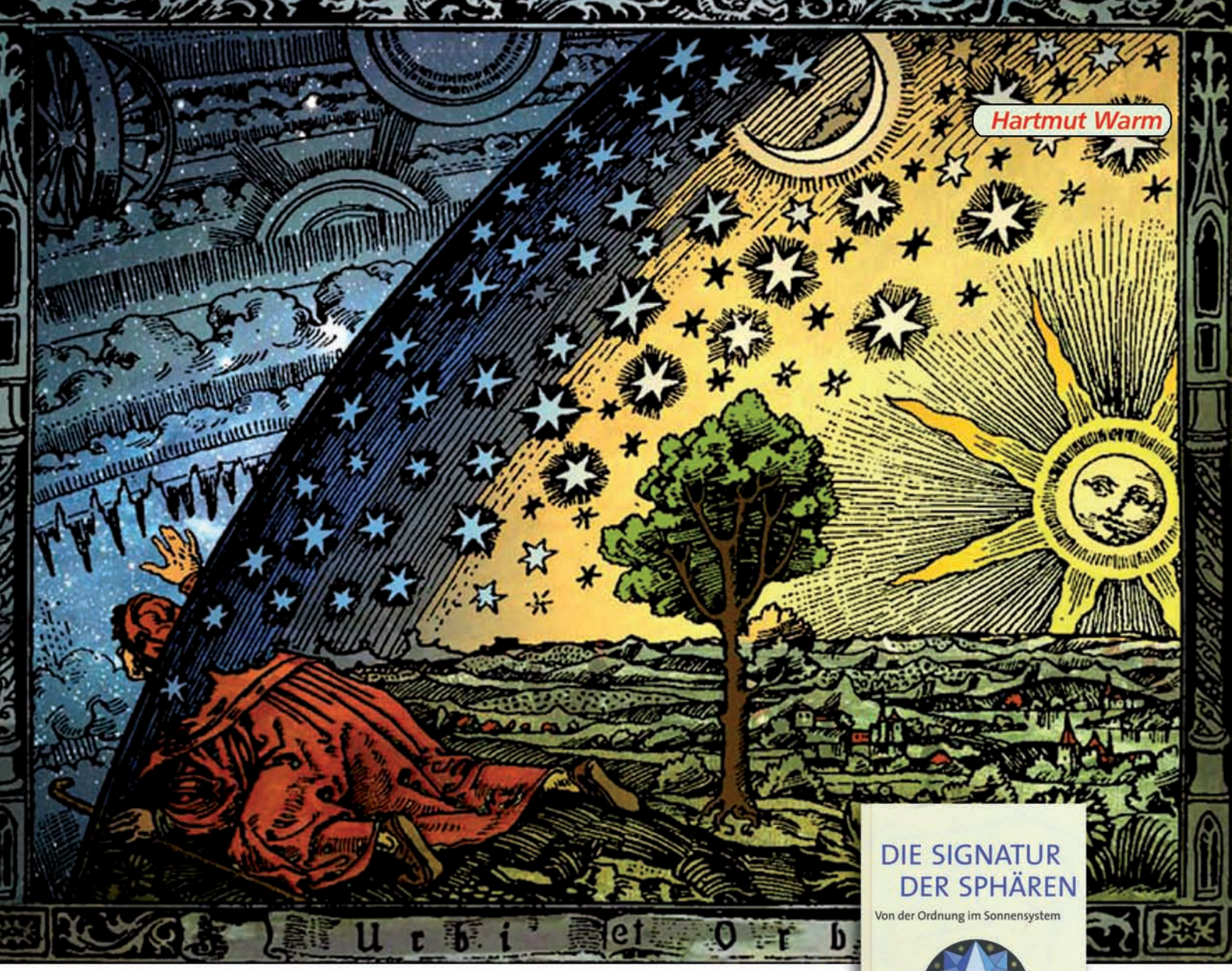


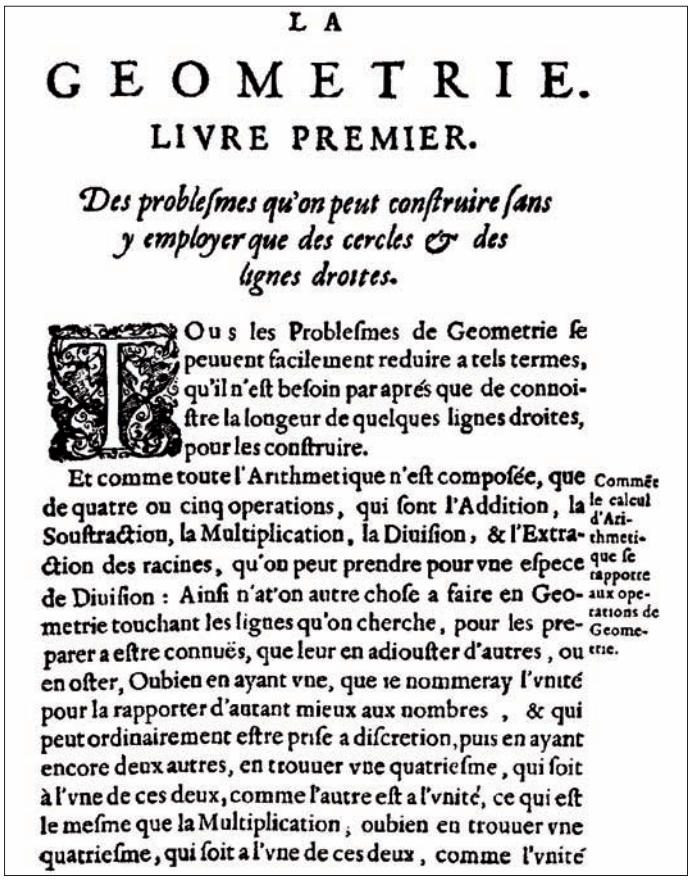
Die Neubelebung der Sphärenharmonie durch die Signatur der Sphären

Himmlische Musik

Teil 2: Geometrie im Sonnensystem

Die Geometrie gehört zu jenem Grenzbereich, in dem sich Geist und Natur innig durchdringen. Ist zum Beispiel die einfache Gesetzmäßigkeit, daß sich die 3 Winkelhalbierenden in jedem Dreieck in einem Punkt treffen, der zudem den Mittelpunkt des Inkreises darstellt, als eine Aussage der Natur- oder der Geisteswissenschaften zu betrachten? Wo befanden sich die platonischen Körper oder die aus ihnen abgeleiteten Sternfiguren, bevor ein Mensch sie erstmals entdeckte? Geometrische Gesetzmäßigkeiten erfindet oder konstruiert der Mensch ja nicht, er entdeckt sie, vergleichbar mit der Entdeckung neuer Sterne am Himmel.

Im Reich der Geometrie gibt es Urbilder, die vielen konkreten Ausgestaltungen in der Welt zugrunde liegen. Dies war jedenfalls die feste Überzeugung von Johannes Kepler (1571–1630), dem Entdecker der 3 Planetengesetze



LA

GEOMETRIE.

LIVRE PREMIER.

Des problesmes qu'on peut construire sans y employer que des cercles & des lignes droites.

TOus les Problesmes de Geometrie se peuuent facilement reduire a tels termes, qu'il n'est besoin par aprés que de connoistre la longeur de quelques lignes droites, pour les construire.

Et comme toute l'Arithmetique n'est composée, que de quatre ou cinq operations, qui sont l'Addition, la Soustraction, la Multiplication, la Diuision, & l'Extraction des racines, qu'on peut prendre pour vne espece de Diuision : Ainsi n'at'on autre chose a faire en Geometrie touchant les lignes qu'on cherche, pour les preparer a estre connuës, que leur en adiouster d'autres, ou en oster, Oubien en ayant vne, que ie nommeray l'vnité pour la rapporter d'autant mieux aux nombres, & qui peut ordinairement estre prise a discretion, puis en ayant encore deux autres, en trouuer vne quatriesme, qui soit à l'vne de ces deux, comme l'autre est a l'vnité, ce qui est le mesme que la Multiplication; oubien en trouuer vne quatriesme, qui soit a l'vne de ces deux, comme l'vnité

Commẽt le calcul d'Arithmetique se rapporte aux operations de Geometrie.

René Descartes, „La Géometrie" (Erstausgabe 1637)

und dem Verfasser der „Welt-Harmonik" (1619). In seinem Buch werden die gemeinsamen Strukturprinzipien in Musik und Kosmos auf geometrische Urbilder oder Archetypen, wie Kepler sie nannte, zurückgeführt und sein Konzept einer – die früheren Vorstellungen auf eine neue Stufe hebenden – Sphärenharmonie dargelegt. Hier schließt sich die Frage an, woher denn die Urbilder kommen, die offenkundig etwas Geistiges sind. Nicht anders als Ideen des Weltgeistes oder des göttlichen Geistes, was auch immer das in der Vorstellung des einzelnen bedeuten mag, sind sie denkbar. Die Aktualität von Keplers Gedanken wird durch die Auffindung klarer geometrischer Strukturen in den räumlichen Verhältnissen in unserem Sonnensystem eindrucksvoll bestätigt.

So wie die Idee von der in Teil 1 behandelten Sphärenharmonie (Magazin 2000plus, Nr. 297) seit Jahrtausenden in der Menschheit verankert ist, so wurde seit wohl ebenso langer Zeit ein Zusammenhang zwischen Geometrie und den himmlischen Verhältnissen erahnt. Platon brachte die fünf existierenden und nach ihm benannten regelmäßigen Körper mit den Elementen Feuer, Wasser, Erde, Luft und der himmlisch-ätherischen Substanz in Verbindung. Letztere ordnete er dem Dodekaeder zu, jener Figur, die von zwölf Fünfekken umgrenzt wird. Auch in geometrischer Hinsicht war es dann Johannes Kepler, der die alten Vorstellungen knapp zwei Jahrtausende später weiterentwickelte. Ziemlich zu Beginn seiner Suche nach der Ordnung im Sonnensystem kreierte er sein bekanntes Modell, wonach die Anordnung der sechs zu seiner Zeit bekannten Planeten durch die platonischen Körper geregelt wird. So entspricht beispielsweise das Verhältnis der Radien von Um- und Inkugel des Würfels grob demjenigen der mittleren Sonnenabstände bzw. der großen Halbachsen der Ellipsenbahnen von Saturn und Jupiter oder beim Dodekaeder von Mars und Erde (unabhängig davon, daß die Entdeckung, daß sich Planeten auf Ellipsenbahnen bewegen, Kepler erst einige Jahre später gelang).

Die Strukturiertheit des ganzen Systems einschließlich der erst nach der Zeit Keplers entdeckten Planeten jenseits von Saturn, so wie sie sich in der Signatur der Sphären kundtut, wird jedoch von den kleinen Halbachsen b der Ellipsenbahnen vorgegeben, denen ja schon bei den Harmonien der Geschwindigkeiten eine zentrale Bedeutung zukam. Am auffälligsten ist zunächst, daß erster und vierter Planet, sowohl von innen als auch von außen

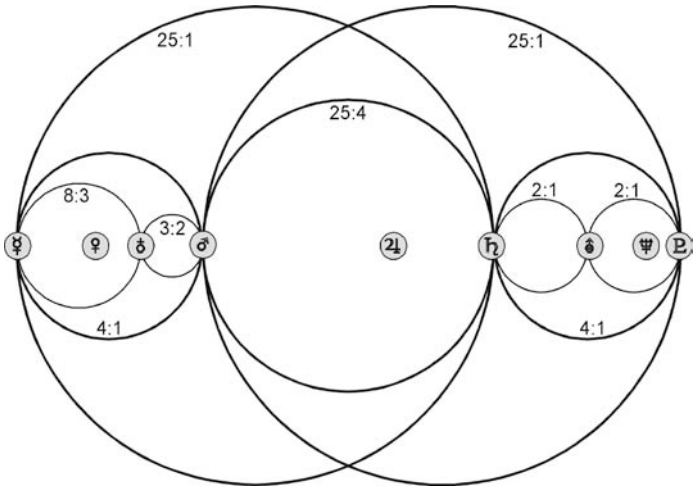


Abbildung 2: Annäherung an die Intervalle der kleinen Halbachsen der Planeten. Von links nach rechts: Merkur, Venus, Erde, Mars, Jupiter, Saturn, Uranus, Neptun, Pluto. (© Keplerstern Verlag.)

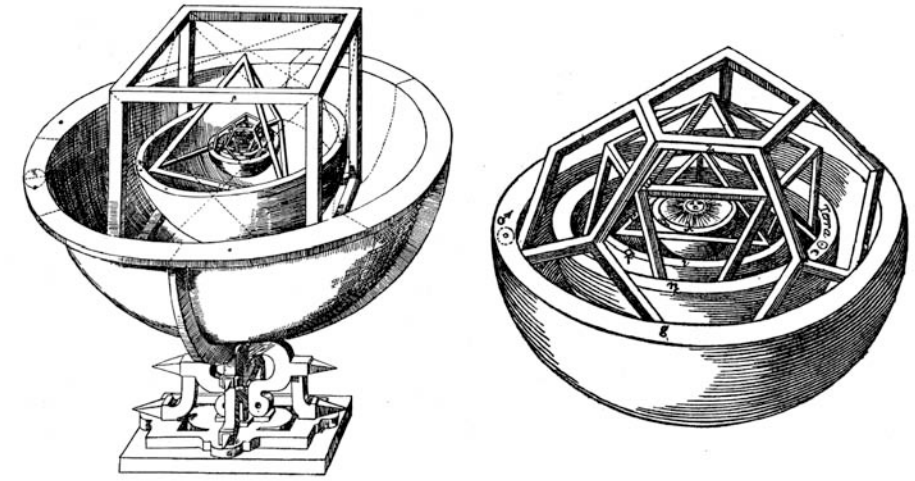
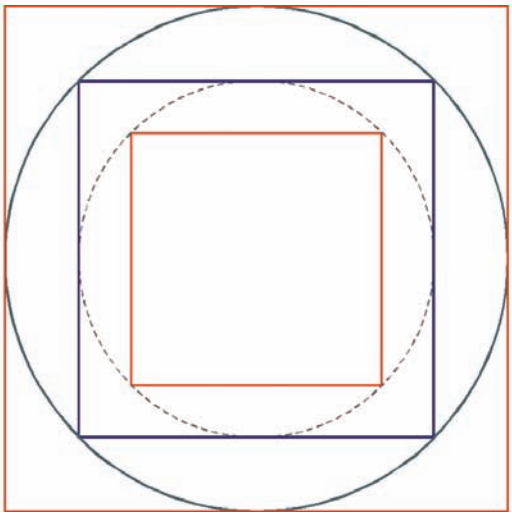


Abbildung 1: 2 Darstellungen aus Mysterium Cosmographicum (Das Weltgeheimnis) von Johannes Kepler.

gezählt, bezogen auf ihre kleinen Halbachsen im Verhältnis 4:1 stehen. Erster und sechster Planet, wiederum von innen und von außen gerechnet, weisen die Proportion 25:1 auf. Dadurch ergibt sich eine sehr klare übergeordnete Struktur, die von weiteren Verhältnissen kleiner ganzer Zahlen untergliedert wird. Diese Ordnung ist in der Abbildung 2 durch entsprechende Kreise symbolisiert. Die Abweichungen von den realen Werten betragen jeweils nur wenige Promille, außer bei den Intervallen 8:3 bzw. 3:2, wo sie etwas über ein Prozent ausmachen. (Die

genauen Werte finden sich in dem Buch Die Signatur der Sphären, S. 23 ff.). Es zeigt sich übrigens auch hier sehr klar, daß Pluto zur Gemeinschaft der Planeten dazugehört, unabhängig davon, ob man ihn heute als Planeten oder Kleinplaneten definieren will.

Die Abbildung 2 offenbart eine so bestechend klare und einfache Anordnung, daß man sich wundern muß, warum diese zuvor nicht entdeckt worden ist. Es ist wie eine Spiegelung um Jupiter, das größte Mitglied der planetarischen Gemeinschaft. Er, die Venus und Neptun sind in die gezeigte Ordnung allerdings noch nicht integriert. Dies ermöglicht jedoch eine geometrische Annäherung mit Hilfe der einfachsten regelmäßigen Figuren: Kreis, Quadrat, Dreieck. Denn die Proportionen 2:1 und 4:1 ergeben sich auch durch die Flächenverhältnisse von Um- und Inkreis eines Vier- bzw. eines Dreiekkes. Der Kreis teilt dabei Proportionen von der Form $4/\pi$, $\pi/2$ etc. ab. Beispielhaft für die 4 äußeren Planeten kommt man so zu folgender Anordnung (Abbildung 3):



äußeres Quadrat: Pluto
Kreis: Neptun
mittleres Quadrat: Uranus
inneres Quadrat: Saturn

	planetar. Verhältnis	geometr. Verhältnis	Abweichung (%)
Ur/Sa	2,012	2,000	0,608
Ne/Ur	1,568	1,571	0,156
Pl/Ne	1,271	1,273	0,181
Pl/Sa	4,011	4,000	0,270

Abweichungen der planetarischen von den geometrischen Flächen-Intervallen:

0,16 – 0,61%, im Mittel 0,31%

Abbildung 3: Geometrische Annäherung an die Verhältnisse der kleinen Halbachsen im äußeren Planetensystem.

Man wird vielleicht zunächst überrascht sein, drei der Planetenbahnen als Quadrate wiederzufinden. Es handelt sich jedoch um die Darstellung des Ordnungsprinzips von Strecken, den kleinen Halbachsen. Deren Verhältnisse sind hier wie die Flächen von Viereckkenn bzw. der eines Kreises aufeinander bezogen. Die Abweichungen zwischen realen planetarischen und idealen geometrischen Verhältnissen entsprechen im Maßstab der Zeichnung etwa der halben Strichstärke, so daß offenkundig eine sehr gute Übereinstimmung vorliegt (eine statistische Aussage hierzu folgt weiter unten).

Warum aber spielen die kleinen Halbachsen in der Anordnung der Planetenbahnen die entscheidende Rolle und warum sollen sich deren Proportionen nach Flächenverhältnissen gestalten? Eine Antwort könnte darin zu finden sein, daß die kleinen Halbachsen das geometrische Mittel von Aphel- und Periheldistanz (sonnenfernster bzw. -nächster Punkt einer Ellipsenbahn) bilden, für eine geometrische Anordnung insofern prädestiniert sind. Wenn dann und *nur* dann die Entfernungsmaße nach Flächenverhältnissen bestimmt sind, ergibt sich nach den Keplerschen Gesetzen – zumindest trifft das für Kreise zu –, daß die Geschwindigkeiten den Radien und die Umlaufzeiten den zu bildenden Kugeln entsprechen. Doch wie dem auch sei, es wird hier keine neue physikalische Theorie aufgestellt, sondern eine Beschreibung von sehr bemerkenswerten Phänomenen geliefert. Denn auf ähnliche Weise lassen sich sämtliche Verhältnisse der kleinen Halbachsen geometrisch erfassen. Die dafür erforderlichen einfachen Konstruktionen sind in der Abbildung 4 zusammengestellt und mit den betreffenden Zahlenwerten versehen (im inneren Planetensystem tritt noch für eine Hilfskonstruktion das Sechseck hinzu). Die Abweichungen von planetarischen und geometrischen Verhältnissen betragen auch hierbei nur wenige Promille, zum Teil noch weit darunter (Details siehe „Die Signatur der Sphären“, Kapitel 13).

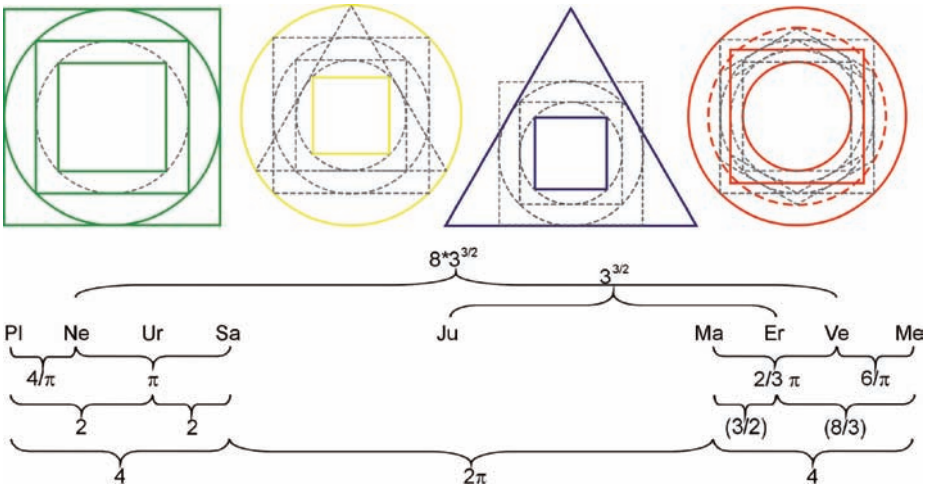


Abbildung 4: Zusammenstellung der Proportionen der kleinen Halbachsen als Flächenverhältnisse in Kreis-, Quadrat- und Dreieck-Konstruktionen. Von links nach rechts: äußerer Bereich, Saturn/Mars, Jupiter/Erde, innerer Bereich. (© Keplerstern Verlag.)

Die Platonischen Körper

Die Platonischen Körper sind eine Klasse vollkommen regelmäßiger Körper. Sie werden auch reguläre Körper (von lat. corpora regularia) genannt und sind nach dem griechischen Philosophen Platon benannt.

Es gibt fünf Platonische Körper, deren Namen auf griechisch die Anzahl ihrer Flächen wiedergeben:

- Tetraeder (Vierflächner aus vier Dreiecken)
- Hexaeder (Sechsflächner bzw. Würfel aus sechs Quadraten)
- Oktaeder (Achtflächner aus acht Dreiecken)
- Dodekaeder (Zwölfflächner aus zwölf Fünfecken)
- Ikosaeder (Zwanzigflächner aus zwanzig Dreiecken)

Sie sind konvexe Polyeder (Vielflächner), deren Seitenflächen regelmäßige, zueinander deckungsgleiche Vielecke sind, von denen in jeder Ecke des Körpers jeweils gleich viele zusammentreffen.

Eine etwas allgemeinere Gruppe sind die sogenannten halb- bzw. semiregulären oder archimedischen Körper.

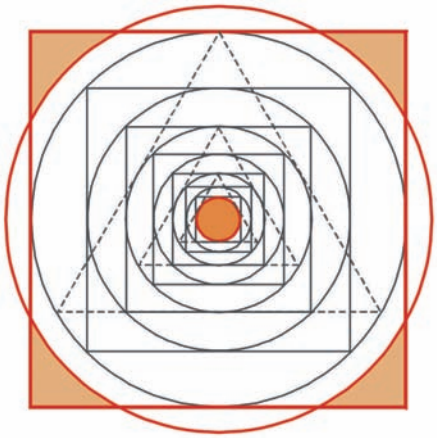


Abbildung 5: Geometrische Annäherung an das Verhältnis der kleinen Halbachse von Merkur und dem Sonnenradius. Der zusätzlich eingezeichnete äußere Kreis hat die gleiche Fläche wie das äußere Quadrat.

Mit geeigneten statistischen Methoden läßt sich nachweisen, daß die Wahrscheinlichkeit für die zufällige Bevorzugung von Proportionen, die sich aus diesen einfachen Konstruktionsprinzipien – mit den angeführten minimalen Abweichungen – ergeben, äußerst gering ist (< 1:100.000). Weiterhin läßt sich auch die Sonne über ihren Durchmesser in diese Darstellungsweise einbeziehen (Abbildung 5). Hierbei ergibt sich, daß das Verhältnis der kleinen Halbachse Merkurs und des Sonnenradius geometrisch durch eine Verschachtelung von 7 Quadraten und Kreisen (oder 3 Dreiecken plus 1 Quadrat, was rechnerisch auf das gleiche hinausläuft) äußerst genau anzunähern ist (Abweichung 0,11%, siehe Die Signatur der Sphären, S. 310).

Am erstaunlichsten ist jedoch, daß alle angeführten Proportionen systematisch in den Flächenverhältnissen eines Zwölfsterns auftreten. Dies ist in der

Die Geometrie (Personifikation) unterrichtet in der Euklidschen Geometrie (Darstellung vom Beginn des 14. Jh.)

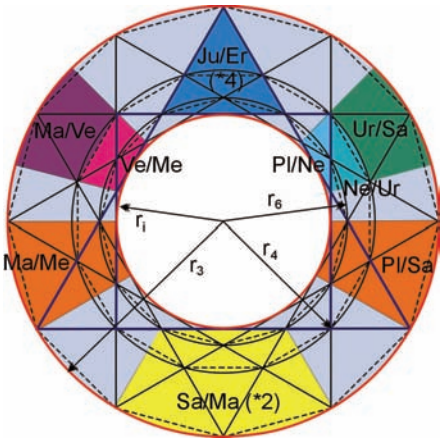


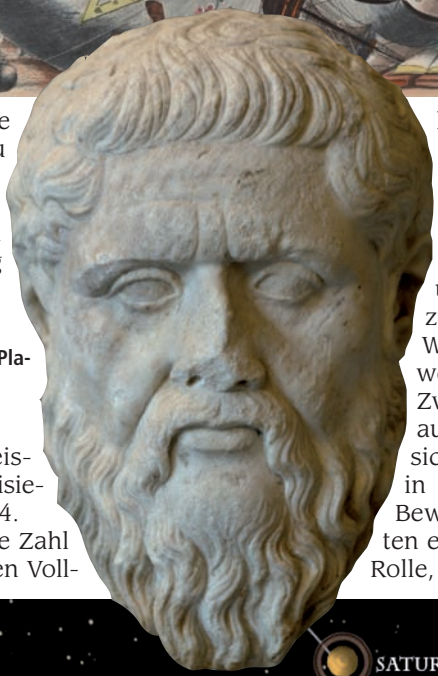
Abbildung 6: Die den Intervallen der kleinen Halbachsen entsprechenden Flächenverhältnisse im Zwölfstern. (©Keplerstern Verlag.)

Abbildung 6 dargestellt. Die entsprechenden Verhältnisse sind dabei farbig unterlegt. Beispielsweise ergibt sich die Relation Mars/Venus (violett markiert) aus dem Verhältnis des äußeren Kreises und des Zwölfecks, das dem nächsten Kreis mit dem Radius r_4 eingeschrieben ist (rechnerisch entspricht das 2/3 π). Saturn/Mars (gelb, 2 π) kommt der Relation des äußeren Kreises zu dem Quadrat gleich, welches in den r_4-Kreis eingefügt ist. Dieses Verhältnis ist arithmetisch exakt die Kreiszahl π und wäre noch mit 2 mal zu neh-

Anzeige / Welt

men, sozusagen in die höhere Oktave zu erheben; geometrisch läßt sich das sehr einfach durch die Einschreibung einer weiteren Kreis-Quadrat-Abfolge realisieren, siehe Abbildung 4.

Seit Urzeiten ist die Zahl 12 mit der kosmischen Vollkommenheit assoziiert worden, wie es in den 12 Sternzeichen oder den 12 Hauptgottheiten des griechischen Pantheons und vielem anderen zum Ausdruck kommt. Wie wir in Teil 3 sehen werden, spielt der Zwölfstern darüber hinaus bei den Figuren, die sich aus den langfristig in Beziehung gesetzten Bewegungen der Planeten ergeben, eine zentrale Rolle, die Abbildung 7 gibt



Römische Kopie eines griechischen Porträts des griechischen Philosophen Platon (428/427–348/347 v.Chr.).

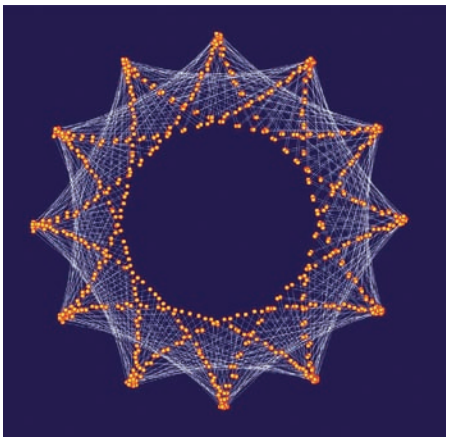
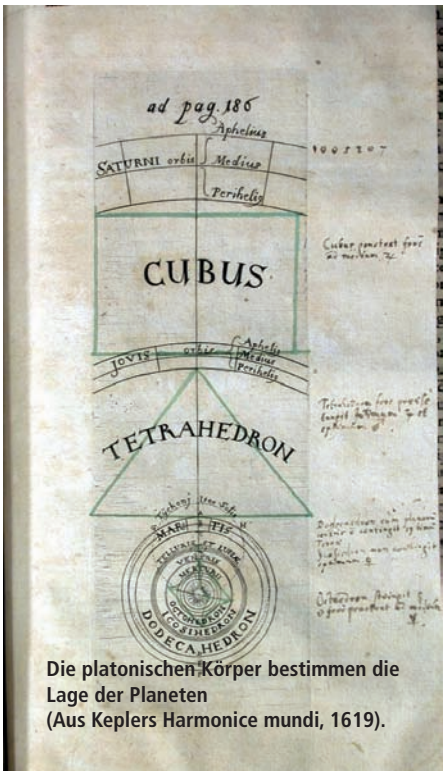


Abbildung 7: Neptun aus Saturn-zentrierter Sicht bei Jupiter/Neptun-Konjunktionen, 700 mal, Zeitraum ca. 8947 Jahre. (© Keplerstern Verlag.)

Platon (links) und Aristoteles mit dem Timaios bzw. der Nikomachischen Ethik in Händen, Detailansicht aus Raffaels Die Schule von Athen (1510–1511), Fresko in der Stanza della Segnatura (Vatikan).



Die platonischen Körper bestimmen die Lage der Planeten (Aus Keplers Harmonice mundi, 1619).

• In der griechischen Mythologie ist die Zwölfzahl in dem zwölfköpfigen Götterkollegium der Titanen und der zwölf Olympischen Hauptgötter präsent. Dem Helden Herakles wurden zwölf Prüfungen auferlegt.
• Auch die nordische und die germanische Mythologie kennen ein zwölfköpfiges Götterkollegium: In Asgard, dem Heim der Asen befinden sich zwölf Paläste für die zwölf Götter.
• Das Dodekapropheton, auch Zwölfprophetenbuch genannt, ist ein Buch des Alten Testaments der Bibel, zu dem die kürzeren Schriften der so genannten „zwölf kleinen Propheten" zusammengefaßt sind.
• Nach den Söhnen Jakobs wird das Volk Israel im Alten Testament in zwölf Stämme gegliedert.
• Zwölf Edelsteine sind auf dem Brustschild des Hohenpriesters.
• Das Christentum deutet die Zwölf (drei mal vier, neben der Sieben, also drei plus vier) als Heilige Zahl der Begegnung Gottes (Drei: Trinität = Dreieinigkeit) mit der Welt (Vier: vier Himmelsrichtungen, vier Jahreszeiten, vier Elemente).
• Die himmlische Stadt Jerusalem (Offb. Joh. 21) hat 12 Tore, auf denen 12 Engel stehen. Die Maße der Stadt basieren alle auf der Zahl Zwölf.
• Jesus versammelte nach dem Neuen Testament zwölf Jünger um sich, die er als Apostel einsetzte.
• Nach dem Vorbild der Jünger Jesu ist heute das Kollegium der Zwölf Apostel Teil der Hierarchie der Kirche Jesu Christi der Heiligen der Letzten Tage.
• Das christliche Weihnachtsfest dauert 12 Tage bzw. Nächte (die „Rauhnächte" einbezogen).
• Die Orthodoxe Kirche kennt zwölf Hauptfeste, den sogenannten Dodekaórton.

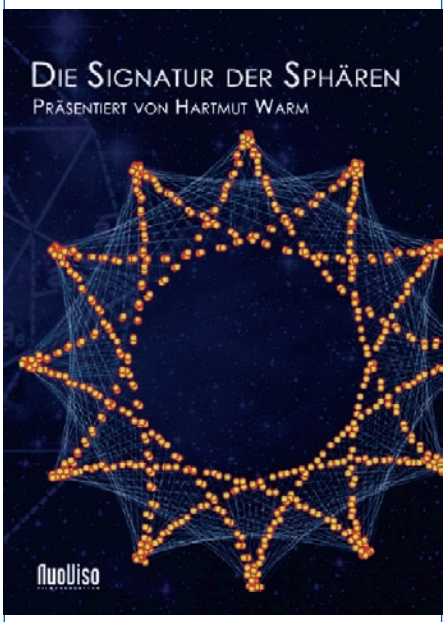
• Die Imamiten oder Zwölfer-Schiiten, die größte Gruppe der Schiiten im Islam, erkennen zwölf Imame als Nachfolger des Propheten Mohammed an.
• Der zwölfte, Muhammad al-Mahdi, der so genannte verborgene Imam, soll als Erlöser in die Welt zurückkehren. Daher ist er laut Verfassung das nominelle Staatsoberhaupt des Iran.
• Die Tafelrunde des Artus hat nach neuzeitlichen Interpretationen zwölf Plätze.
• Die Zwölf hat ihre Bedeutung auch in der chinesischen Zahlensymbolik.

hierfür ein Beispiel. Der Zwölfstern kann somit als ein Urbild sowohl für die räumlichen als auch die dynamischen Verhältnisse im Sonnensystem aufgefaßt werden.

Johannes Keplers Grundidee, daß in unserem Sonnensystem eine besondere geometrische Ordnung vorhanden ist, hat sich damit in abgewandelter Form auf das Schönste bestätigt. Das umfassendere Ziel seiner „Weltharmonik" aus dem Jahre 1619 bestand darin aufzuzeigen, daß die Grundlagen von Geometrie, musikalischer Harmonie und Astronomie im wesentlichen eins sind oder, anders formuliert, die unterschiedlichen Seinsbereiche von den gleichen schöpferischen Prinzipien durchwirkt werden. Das, was die Welt

Anzeige / Welt

Die Signatur der Sphären
Hartmut Warm
Das Buch:
Die Signatur der Sphären –
Von der Ordnung im Sonnensystem
2. erweiterte Auflage, 448 Seiten,
gebunden, über 200 s/w Abb.,
16 Farbtafeln. ISBN 3-935958-12-9,
29,80 Euro



Die DVD:
Vortrag und Interview mit
Hartmut Warm,
Spielzeit 100 Minuten,
19,90 Euro.
Vertrieb: www.keplerstern.de,
www.nuoviso.de
Keplerstern Verlag,
www.keplerstern.de

im Innersten zusammenhält, sind für Kepler letztlich geometrische Urbilder: göttliche Gedanken, die dem Aufbau der Musik und des Kosmos zugrunde liegen.

In der menschlichen Seele sind sie ebenfalls als Archetypen verankert, wodurch es uns erst möglich wird, die Harmonie in den verschiedenen Bereichen zu erkennen und miteinander in Beziehung zu setzen. Und so wird verständlich, daß die Beschäftigung mit der elementaren Geometrie von Kreis, Quadrat und Dreieck, Sternfiguren und platonischen Körpern sich nie abnutzt und auch heute noch Freude bereiten kann und zu neuen Entdeckungen führt. „Ich weiß, daß ich an der Geometrie das Glück zuerst kennen gelernt habe“, sagte Rudolf Steiner in seinem Buch „Mein Lebensgang“. ■