

telwerte mit den Berechnungen der Synoden aus den mittleren Umlaufzeiten sehr gut überein. Alle vorgestellten Ergebnisse und Aussagen über die wunderbare Ordnung in unserem Sonnensystem - auch wenn nicht jede daraus gezogene Folgerung als der Weisheit letzter Schluß betrachtet zu werden braucht - fußen also auf einer soliden Grundlage.

Grunddaten*

Aus den mittleren Umlaufzeiten lassen sich die großen Halbachsen mit Hilfe des 3. Gesetzes von Johannes Kepler bestimmen. Mit diesen Werten und den Exzentrizitäten können dann andere Parameter wie die kleinen Halbachsen, die Geschwindigkeiten etc. errechnet werden (siehe Anhang 3.3). Durch die Berücksichtigung der Planetenmassen in den Formeln ergäben sich noch etwas genauere Werte, doch auch diese stellen nicht das Optimum dar, da sie nur Lösungen für das Zweikörperproblem (Sonne und jeweils ein Planet) zur Verfügung stellen. Vor allem die Wandelsterne jenseits von Jupiter werden aber auch durch dessen Masse noch spürbar beeinflusst, die in die Berechnung des Zweikörperproblems nicht eingeht, genauso wenig wie die – allerdings untergeordneten – gravitativen Auswirkungen der weiteren Planeten. Eine exakte rechnerische Lösung des Drei- oder Mehrkörperproblems ist nicht möglich.

Planetarische Berechnungsverfahren wie die VSOP-Planetentheorie (siehe Anhang 3.6) ermöglichen u.a. die Ausgabe des Abstandes eines Planeten von der Sonne zu einem einzugebenden Zeitpunkt. Nun könnte man auf den Gedanken kommen, um für die große Halbachse einen Mittelwert für einen längeren Zeitraum zu erhalten, die Sonnenabstände für beliebig viele Zeitpunkte in dieser -spanne zu bestimmen (in konstantem oder auch rein zufälligem Abstand) und daraus den Mittelwert zu errechnen. Denn die große Halbachse a einer elliptischen Planetenbahn stellt ja bekanntlich den mittleren Abstand von der Sonne dar. Doch steckt der Teufel hier im Detail. Denn wendet man dieses Verfahren an, stellt sich heraus, daß der so erhaltene Mittelwert (in einer ungestörten Bahn) nicht a gleichkommt, sondern einem Wert $a^*(1+\varepsilon^2/2)$.[†] Dieser zunächst vielleicht überraschende Befund resultiert daraus, daß der Planet im Bereich seines Aphels zum einen langsamer umläuft, zum anderen weiter von der Sonne entfernt ist. Im Mittelwert aus den in Abhängigkeit von der Zeit errechneten Abständen sind die größeren also überproportional vertreten. Berechnet man übrigens den Mittelwert der Sonnenabstände unter Zugrundelegung gleicher Winkel, also beispielweise indem man die Ellipse in 360 Ein-Grad-Winkel teilt und jeweils die Distanz von der Sonne ermittelt, ergibt sich - auch wieder sehr verblüffender Weise - exakt der Wert der kleinen Halbachse b. Erst wenn man die Ellipsenbahn in gleichlange Strecken aufgliedert und für jeden Abschnitt (d.h. dessen End- bzw. Anfangspunkt) die Entfernung von der Sonne bestimmt, ergibt sich als Mittelwert die große Halbachse a. Für die praktische Anwendung zum Auffinden der Mittelwerte mit den die Abstände als Funktion der Zeit ermittelnden Berechnungsverfahren kommt diese Methode jedoch nicht in Betracht.

Mit Hilfe der VSOP-Planetentheorie und entsprechenden, relativ einfach zu programmierenden Suchprogrammen können jedoch die exakten Aphel- und Periheldurchgänge als jeweils größte und kleinste Entfernungen von der Sonne mit sehr hoher Präzision ermittelt werden. Aus diesen Distanzen lassen sich dann leicht die großen Halbachsen a und die linearen bzw. numerischen Exzentrizitäten e und ε bestimmen:

* Dieser Abschnitt ist in die 2. Auflage neu aufgenommen worden. Aufgrund eines Hinweises, den ich Dr. Walter Kraul verdanke, wurden die Grunddaten (Tabelle 6.1) größtenteils neu bestimmt.

† zumindest kommt er diesem Wert sehr, sehr nahe.

$$a = \frac{ap + pe}{2}; \quad e = \frac{ap - pe}{2} \quad \text{bzw.} \quad \varepsilon = \frac{ap - pe}{ap + pe}$$

Ebenso lassen sich die Geschwindigkeiten zu diesen Zeitpunkten exakt berechnen.

Ausgehend von den in einem Zeitraum von 6000 Jahren (je 3000 Jahre vor und nach dem 1.1.2000) aufgesuchten genauen Perihel- und Apheldurchgängen und den dabei eingenommenen Distanzen von der Sonne, wurden - für jedes Paar dieser Durchgänge - die Werte für die großen Halbachsen, die Exzentrizitäten und die Perihel- und Aphelgeschwindigkeiten für jeden Planeten* bestimmt und daraus die Mittelwerte gebildet, welche in der Tabelle 6.1 angegeben sind. Hierbei sind jedoch noch folgende zwei Punkte zu beachten, wenn möglichst genaue Mittelwerte gefunden werden sollen: Zum einen sind bei den 4 großen Gasplaneten die längerfristigen Rhythmen zu berücksichtigen, in denen auch die Bahnparameter etwas oszillieren. Man betrachte hierzu z.B. die Abbildung 6.11, rechts, in der diese Änderungen für das Uranus/Neptun-Verhältnis aufgetragen sind; die Bahnparameter schwanken in ähnlicher Weise wie die dort dargestellten Positions-Differenzen mit einer Periode von etwa 4300 Jahren (Näheres zum Rhythmus der Jupiter/Saturn-Beziehung von ca. 900 Jahren siehe Kapitel 12, S. 259 f). Werden die Mittelwerte der Parameter für einen Zeitraum von 6000 Jahren gebildet, können die genannten Rhythmen nicht genau abgedeckt werden, und es ist offensichtlich, daß sich dann ein klein wenig ungenauere Werte als mit Berücksichtigung der jeweiligen Periode ergäben. Die Daten wurden daher in den folgenden Perioden - möglichst zentriert um den 1.1.2000 - ermittelt, wobei die Periodik an dem Parameter abgelesen wurde, an dem sie am deutlichsten zu Tage tritt.[†]

	von (Jahr vor d. 1.1.2000)	bis (Jahr nach d. 1.1.2000)	Parameter	Anzahl der Perioden	Periode (Jahre)
Jupiter	-3233,18	3101,46	Maximum a	7	904,95
Saturn	-2810,95	2729,54	Minimum a	6	923,41
Uranus	-3562,12	5008,99	Maximum e	2	4285,55
Neptun	-2756,31	5403,56	Maximum e	2	4079,94

Tabelle 14.7 Rhythmen im äußeren Planetensystem. Die zeitlichen Grenzen werden von Aphel- oder Periheldurchgängen des jeweiligen Planeten markiert.

Zum zweiten tritt bei Neptun das Phänomen eines Neben-Aphels bzw. -Perihels in relativer zeitlicher Nachbarschaft zur echten Sonnenferne bzw. -nähe auf. Zwischen eigentlichem und Neben-Perihel tritt dann ein scheinbares Maximum auf, das Jean Meeus Apheloid nennt (bzw. im entgegengesetzten Extrempunkt Periloid). Eine detailliertere Beschäftigung mit diesem sehr speziellen Thema muß jedoch der Fachliteratur vorbehalten bleiben.¹² In diesem Zusammenhang reicht es, darauf hinzuweisen, daß bei der Bestimmung der extremen Bahnpunkte bei Neptun darauf zu achten ist, ob es noch einen „extremere“ gibt.

Die kleinen Halbachsen, die mittleren Geschwindigkeiten und diejenigen „in b“ (d.h. mit dem Abstand der kleinen Halbachse von der Sonne) wurden mit den im Anhang 3.3 gegebenen Formeln für das Zweikörperproblem aus den vorher genannten Parametern errechnet, da sie in der gestörten Planetenbahn nicht ganz eindeutig bestimmbar sind (weitere Erläuterungen hierzu siehe Anhang 3.6, Verhältnisse der Geschwindigkeiten). Die übrigen

* für Pluto für einen Zeitraum von 2000 Jahren, siehe Anhang 3.6, Pluto

† Alle Einzeldaten dieses etwas komplizierteren Verfahrens, welche zu den Mittelwerten der Tabelle 6.1 führen, sind im Internet unter www.keplerstern.de, Rubrik Berechnungen, zu finden.

Daten wurden aus der astronomischen Fachliteratur entnommen (siehe Erläuterungen zur Tabelle 6.1).

Die nachfolgende Graphik verdeutlicht nun am Beispiel der großen Halbachsen die Differenzen, die sich aufgrund der verschiedenen Bestimmungsmöglichkeiten für die Mittelwerte ergeben. Die Unterschiede sind relativ geringfügig, die maximale Abweichung zeigt sich bei Saturn. Aus dem oben beschriebenen Verfahren (Aphel-/Perihelbestimmung mit Berücksichtigung der Rhythmen) resultiert ein Wert für a von 9,54277, die Berechnung aus der mittleren Umlaufzeit nach dem 3. Keplerschen Gesetz ergab 9,53796 (Abweichung als Quotient gleich 1,00052). Vor allem ist ersichtlich, daß sich für die Planeten Saturn bis Neptun durch die Einbeziehung der Massen (in der Berechnung des Zweikörperproblems) keine bedeutsamen Verbesserungen ergeben. Bezogen auf die inneren Planeten, sind die Unterschiede absolut vernachlässigbar.

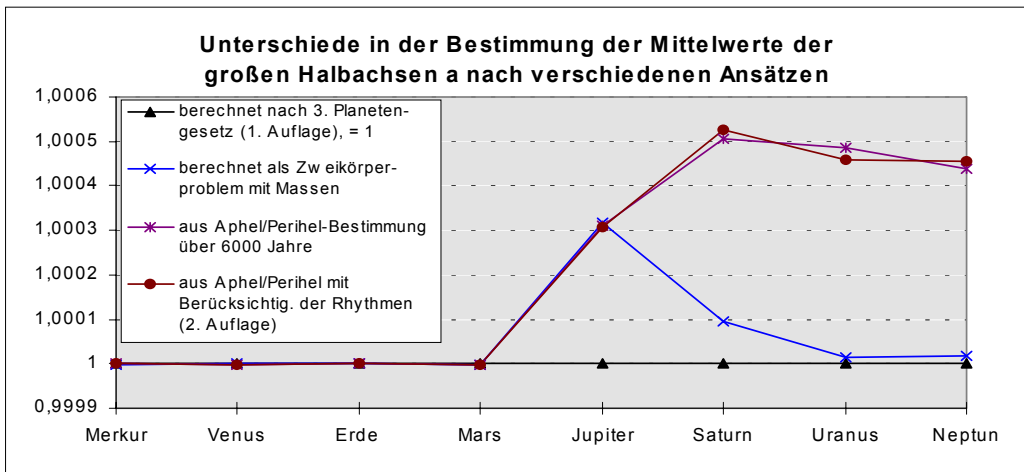


Abbildung 14.23 Vergleich der beschriebenen Bestimmungsmethoden der Mittelwerte am Beispiel der großen Halbachsen. Die verschiedenen Ergebnisse wurden auf die in der 1. Auflage angewendete Berechnung nach dem 3. Planetengesetz bezogen (=1).

Ebenfalls sehr gering fallen die Differenzen aus, die sich aufgrund des neu angewendeten Bestimmungsverfahrens für die Berechnungen im 1., 4., 6. und im 13. Kapitel ergeben, in denen diese Grunddaten zur Ermittlung der Übereinstimmungen der Geschwindigkeitsverhältnisse mit musikalischen Intervallen bzw. der Proportionen der kleinen Halbachsen mit denen einfacher geometrischer Figuren herangezogen werden. Die wesentlichen Aussagen in diesen Kapiteln bleiben von den sich ergebenden minimalen Unterschieden völlig unberührt.

Zudem sei noch angemerkt, daß sich aufgrund der oben beschriebenen empirischen Ermittlung einiger Daten bei Anwendung der Formeln des Anhangs 3.3 leichte Differenzen zu den in der Tabelle 6.1 gegebenen Werten ergeben können.

3.5 Kreisresonanz, Berechnung, Bewertung

Die (von mir so benannte) Kreisresonanz gibt ein quantitatives Maß dafür, wie exakt eine von einer bestimmten Planetenkonfiguration gebildete geometrische Figur ist. Sie bezeichnet die Abweichung in Grad, die zwei aufeinanderfolgende Entstehungen der betreffenden Stern- oder Eckfigur aufweisen. Damit stellt die Kreisresonanz eine Möglichkeit dar abzu-